

# Método de Newton – Raphson.

Este método parte de una aproximación inicial  $x_0$  y obtiene una aproximación mejor,  $x_1$  dada por la fórmula:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

O de manera recursiva:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}; \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

La expresión anterior puede obtenerse a partir de la serie de Taylor. Sea  $r$  un cero de  $f$  y sea  $x$  una aproximación a  $r$  tal que  $r = x + h$ . Si  $f''$  existe y es continua tenemos:

$$0 = f(r) = f(x+h) = f(x) + hf'(x) + O(h^2)$$

Si  $x$  está próximo a  $r$  (es decir  $h$  es pequeña), es razonable ignorar el término  $O(h^2)$ :

$$0 = f(x) + hf'(x) \implies h = -\frac{f(x)}{f'(x)}$$

Por tanto:

$$r = x + h \implies r = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

0011

```

Edit Ctrl I/O Misc
Newton1 |N|
SetDecimal
DelVar G
Input F,"Function F in F(x)=0"
Input p,"Initial value"
Input N,"Iterations"
Input e,"Epsilon"
x=F/diff(F,x)⇒G
For 1⇒k To N
If (abs(p-G|x=p)≤e)
then
Break
else
(G|x=p)⇒p
IfEnd
Next
If (abs(p-G|x=p)≤e)
then
PrintNatural p,"Exact"
else
PrintNatural p,"Increment N"
IfEnd
Program Editor

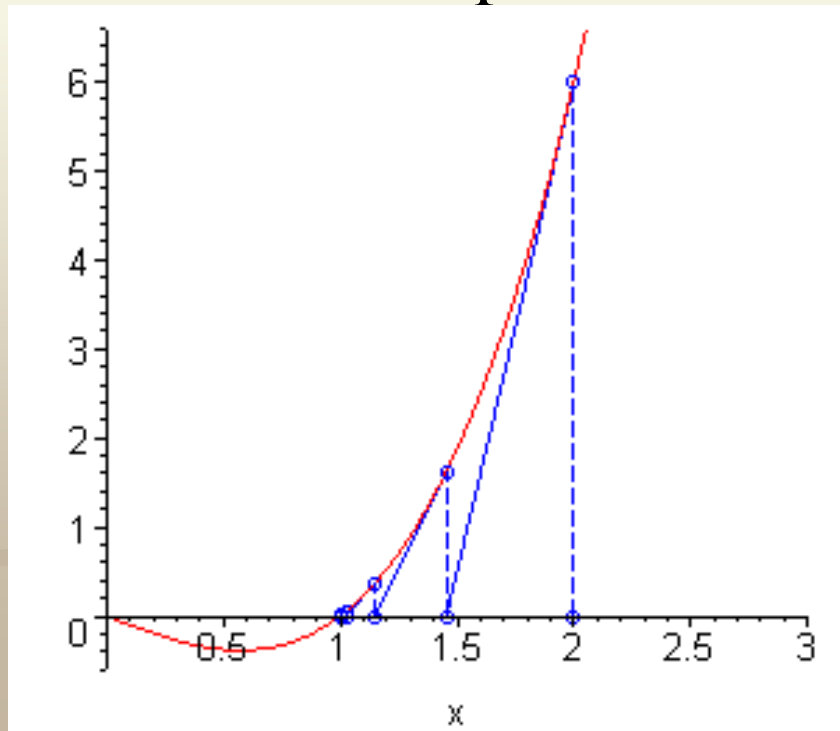
```

1 2  
4 5

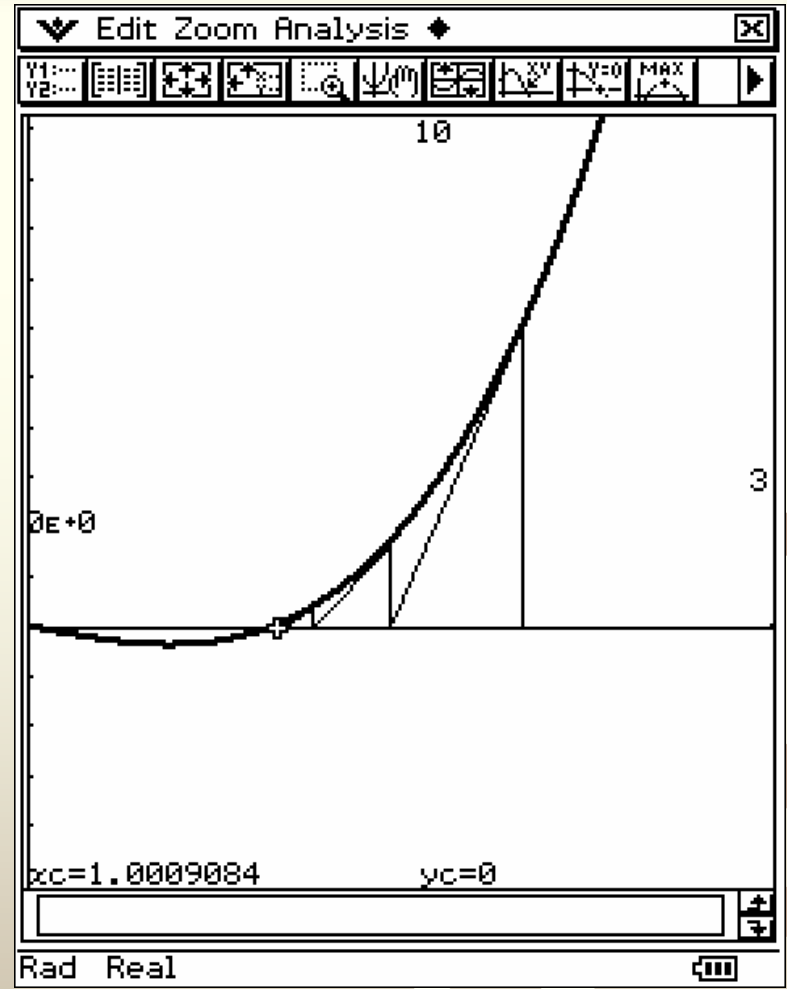
La ecuación de la recta que pasa por el punto  $(x_0, f(x_0))$  y de pendiente  $f'(x_0)$  es:

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

Haciendo  $y = 0$  y despejando  $x$  obtenemos la ecuación de Newton - Raphson



```
▼ Edit Ctrl I/O Misc [X]
[Icons]
Newton2 | N
DelVar p,f,x
Input f,"Function in F(x)=0"
Input N,"Iterations"
Input p,"Seed"
ClrGraph
ClearSheet 1
GTSELon 1
ViewWindow 0,3,1,-1,6,1
GraphType "y="
Define y1(x)=f
PTThick 1
DrawGraph
For 1⇔k To N
(p-(f/diff(f,x))|x=p)⇔p1
Line p,f|x=p,p,0
wait 1
Line p,f|x=p,p1,0
wait 1
p1⇔p
Next
Plot p,0
Program Editor [Icons]
```



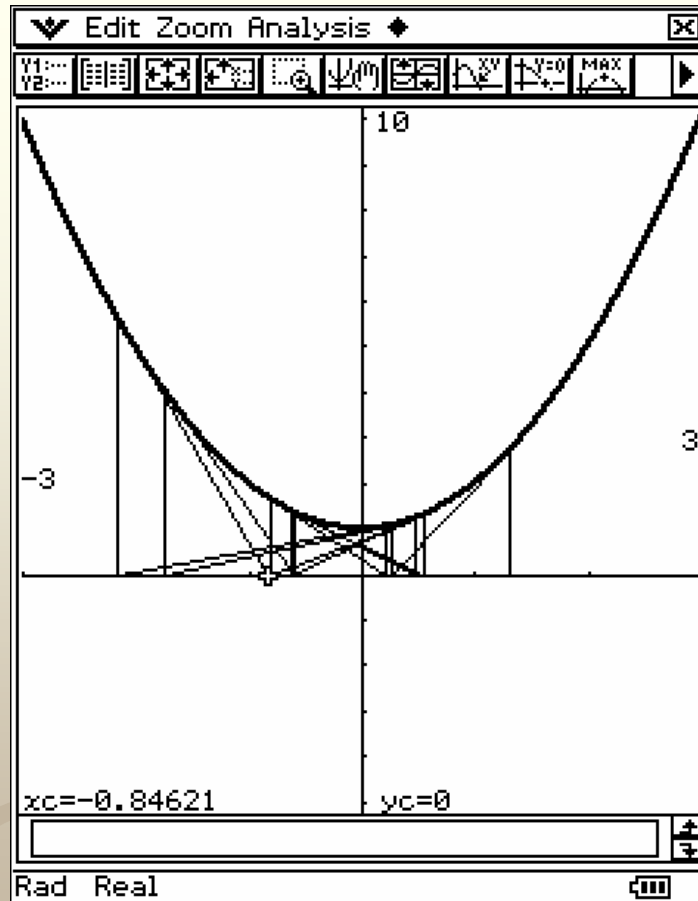
0011

45

Si la ecuación no posee raíces entonces el método no converge.

Por ejemplo, tomando la ecuación:  $x^2 + 1 = 0$

Con semilla  $x_0=1.3$ , se obtiene la figura



1 2  
4 5