

Construcción del lugar geométrico de la elipse.

Procedimiento.

Con la calculadora ClassPad 300 podemos ilustrar la construcción de lugares geométricos de manera dinámica partiendo de definiciones básicas. Sin embargo, en ocasiones las herramientas de que disponemos no son las apropiadas o no son suficientes para emplear dichas definiciones de manera directa. Esto, que parece ser una dificultad, permite en realidad buscar métodos más creativos para lograr resolverla. Un ejemplo que ilustra este hecho, es la construcción del lugar geométrico de los puntos del plano que constituyen una elipse. La definición más empleada para la elipse es que ella esta constituida por los puntos del plano para los que la suma de sus distancias a dos puntos denominados focos es constante. La aplicación inmediata de esta definición con la calculadora Classpad en la ventana de geometría resulta difícil y por tanto seguimos el siguiente procedimiento.

Es muy conocido el hecho que de que la elipse puede ser parametrizada mediante las ecuaciones:

$$\begin{cases} x = a \cos \theta \\ y = b \sin \theta \end{cases}$$

donde a es el semieje mayor y b es el semieje menor de la elipse.

Mediante dos circunferencias concéntricas de radios a y b y un segmento que corte a ambas circunferencias se puede construir la elipse como se muestra en la figura 1.

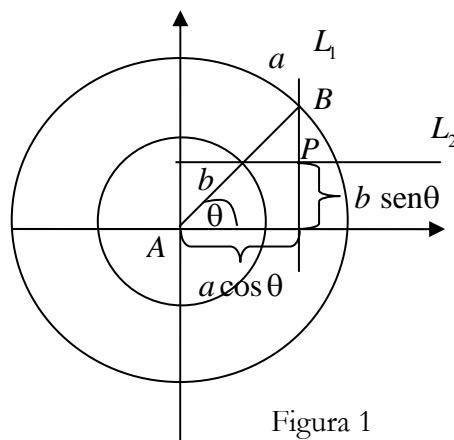


Figura 1

El punto P está en la intersección entre las rectas vertical L_1 que pasa por la intersección de la circunferencia de radio a con el segmento \overline{AB} y la recta horizontal L_2 que pasa por la

intersección de la circunferencia de radio b con el segmento \overline{AB} . Como se muestra en la figura, el punto P tiene justamente las coordenadas $(a \cos \theta, b \sin \theta)$, es decir haciendo que el ángulo θ se mueva entre 0 y 2π , podemos construir una elipse con el semieje mayor a y el semieje menor b .

Implementación.

Para construir la animación de la elipse en la ClassPad 300 seguimos los siguientes pasos:

1. Dibujamos dos circunferencias concéntricas de radios a y b (figura 2)

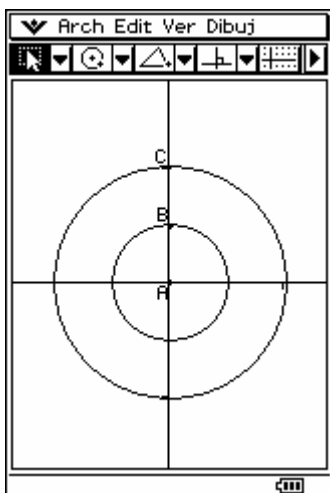


Figura 2

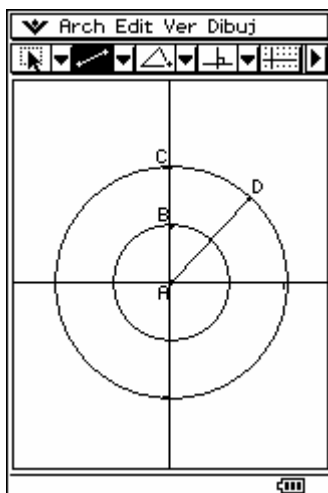


Figura 3

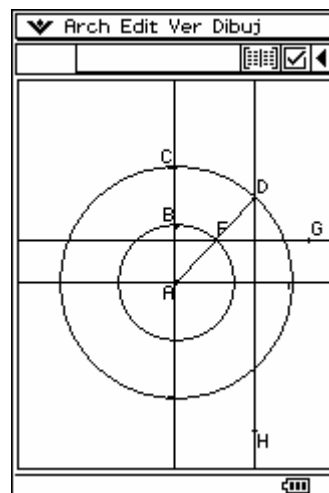


Figura 4

2. Trazamos un segmento desde el centro y que corte a ambas circunferencias. Este segmento forma un ángulo θ con el eje horizontal (figura 3).
3. Agregamos una animación del punto D a lo largo de la circunferencia exterior.
4. Trazamos dos rectas, una horizontal que pasa por la intersección de la circunferencia interior con el segmento y una vertical que pase por el punto de intersección de la circunferencia exterior con el segmento (figura 4).
5. Hallamos el punto de intersección de estas dos rectas.
6. En el menú de animaciones le asociamos “trazo” al punto de intersección entre las rectas y hacemos correr la animación una vez para que se cree la elipse buscada. (figura 5)
7. Finalmente podemos ocultar los ejes y algunos de los puntos que no son necesarios para hacer correr la animación (figura 6).

