Ortogonalización y procedimiento de Gram- Schmidt.

Actividad 1

a. Construya una función de usuario que calcule el producto interior usual para el espacio $P_n(x)$.

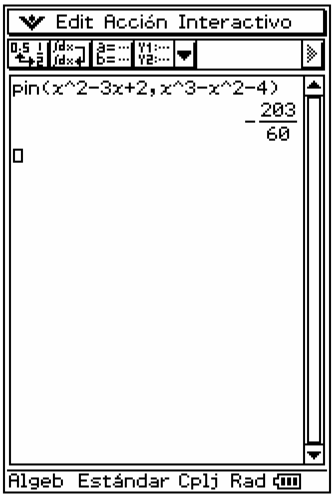
<u>Solución</u>

Utilice el siguiente comando en su calculadora:

$$\text{Define library\textbackslash pin(p,q)} = \int_0^1 p \times q dx$$

b. Una vez definida la función calcule el producto interior $\langle f, g \rangle$ donde $f = x^2 - 3x + 2$ y $g = x^3 - x^2 - 4$

<u>Solución</u>



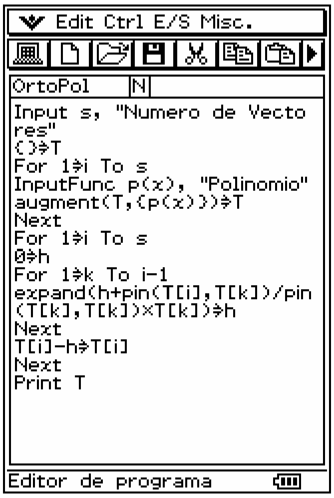
Actividad 2

a. Construya un programa para ortogonalizar un sistema de vectores del espacio $P_n(x)$.mediante el procedimiento de Gram - Schmidt.

<u>Solución:</u>

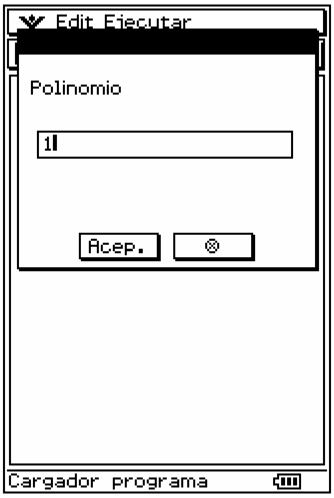
- ✓ Denominamos el programa con el nombre “Ortopol”
- ✓ La variable “s” indica el número de polinomios del conjunto que se desea ortogonalizar.
- ✓ “T” es una lista que debe llenarse con los vectores del conjunto que el usuario introduce.
- ✓ El primer ciclo “For” permite llenar esta lista con los polinomios que quieren ortogonalizarse.

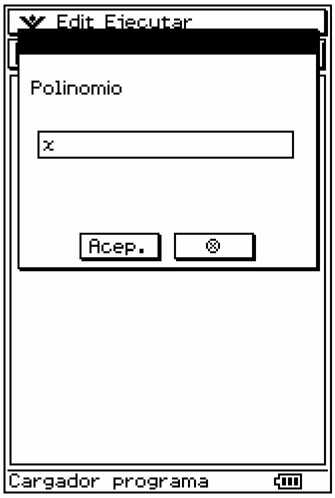
- ✓ El segundo ciclo “For” comienza el proceso de ortogonalización de Gram - Schmidt para cada vector del conjunto.
- ✓ El tercer ciclo “For” sirve para calcular la suma en el proceso de ortogonalización.
- ✓ La lista “T”es actualizada con los polinomios ya ortogonalizados.
- ✓ Se imprime la lista.

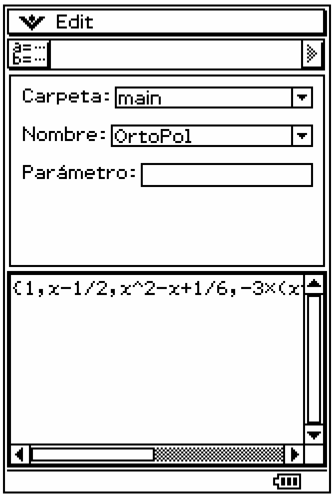


b. Utilice el programa anterior para construir un conjunto de vectores ortogonales a partir de la base canónica de $P_3(x)$, es decir, $S = \{1, x, x^2, x^3\}$

<u>Solución</u>

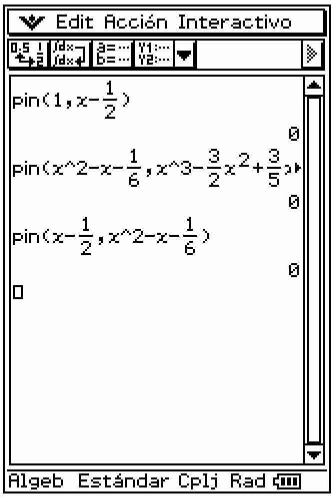






Los vectores obtenidos son $S' = \left\{1, x - \frac{1}{2}, x^2 - x - \frac{1}{6}, x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{1}{20}\right\}$

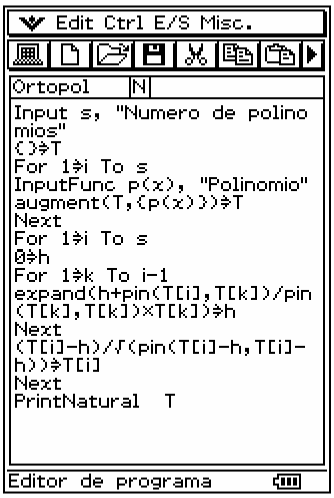
Comprobamos que son ortogonales:



Actividad 3

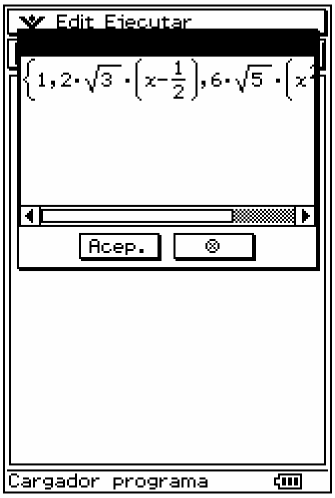
a. Modifique el programa para obtener vectores ortonormales:

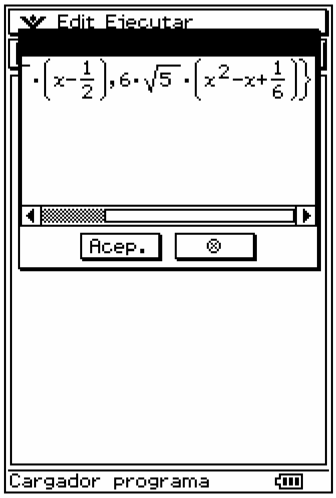
<u>Solución:</u>



I

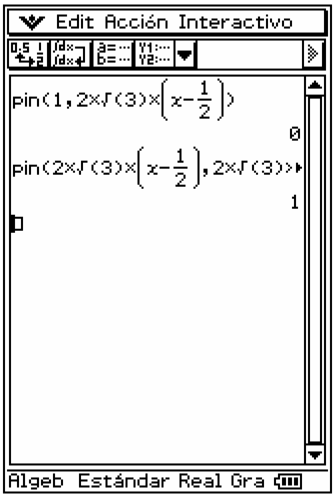
c. Verifique el programa calculando los vectores ortonormales correspondientes a los vectores canónicos de $P_2(x)$, $S=\{1,x,x^2\}$





El resultado obtenido es $S'=\left\{1,2\cdot\sqrt{3}\cdot\left(x-\dfrac{1}{2}\right),6\sqrt{5}\left(x^2-x-\dfrac{1}{6}\right)\right\}$

Comprobamos que son ortonormales:



Actividad 4

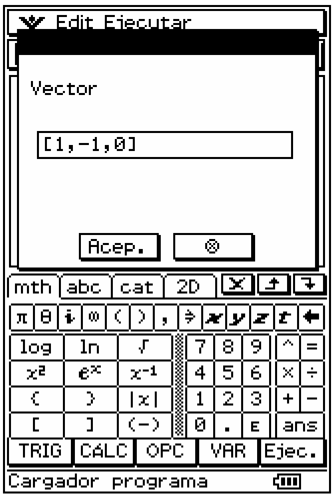
Construya un programa para ortogonalizar vectores de $\Re^n$.

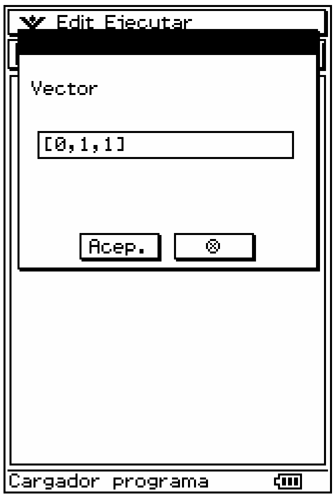
<u>Solución:</u>

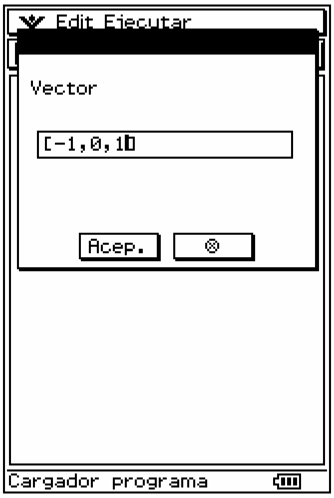
El programa se denomina “GranSch” y se muestra a continuación:

```
DelVar p
Input s, "Numero de vectores"
{}⇒T
InputStr p, "Vector"
augment(T,{p})⇒ T
colDim(strToExp(p))⇒ l
For 2⇒ i To s
InputStr p, "Vector"
augment(T,{p})⇒T
Next
For 1⇒i To s
fill(0,1,l) ⇒h
For 1⇒k To i-1
h+dotP(strToExp(T[i]),strToExp(T[k]))/dotP(strToExp(T[k]),strToExp(T[k]))
×strToExp(T[k]) ⇒h
Next
ExpToStr strToExp(T[i]) - h, T[i]
Next
For 1⇒k To s
PrintNatural strToExp(T[k])
Next
```

a. Emplee el programa para ortogonalizar el conjunto de vectores:
$S=\{(1,-1,0),(-1,0,1),(0,1,1)\}$






Edit Ejecutar
Vector
[-1,0,1
Acep.
Cargador programa


Edit
Carpeta: main
Nombre: GranSch
Estado
Finalizado
Acep.
[[1,-1,0]]
[[-1/2,-1/2,1]]
[[2/3,2/3,2/3]]